2022年9月2日　OLIS-立命館大学保険フォーラム

〈テーマ〉 保険・アクチュアリー・データサイエンスをつなぐ数学

保険数学の歴史

一般数学史書では殆ど触れられていない興味深い話

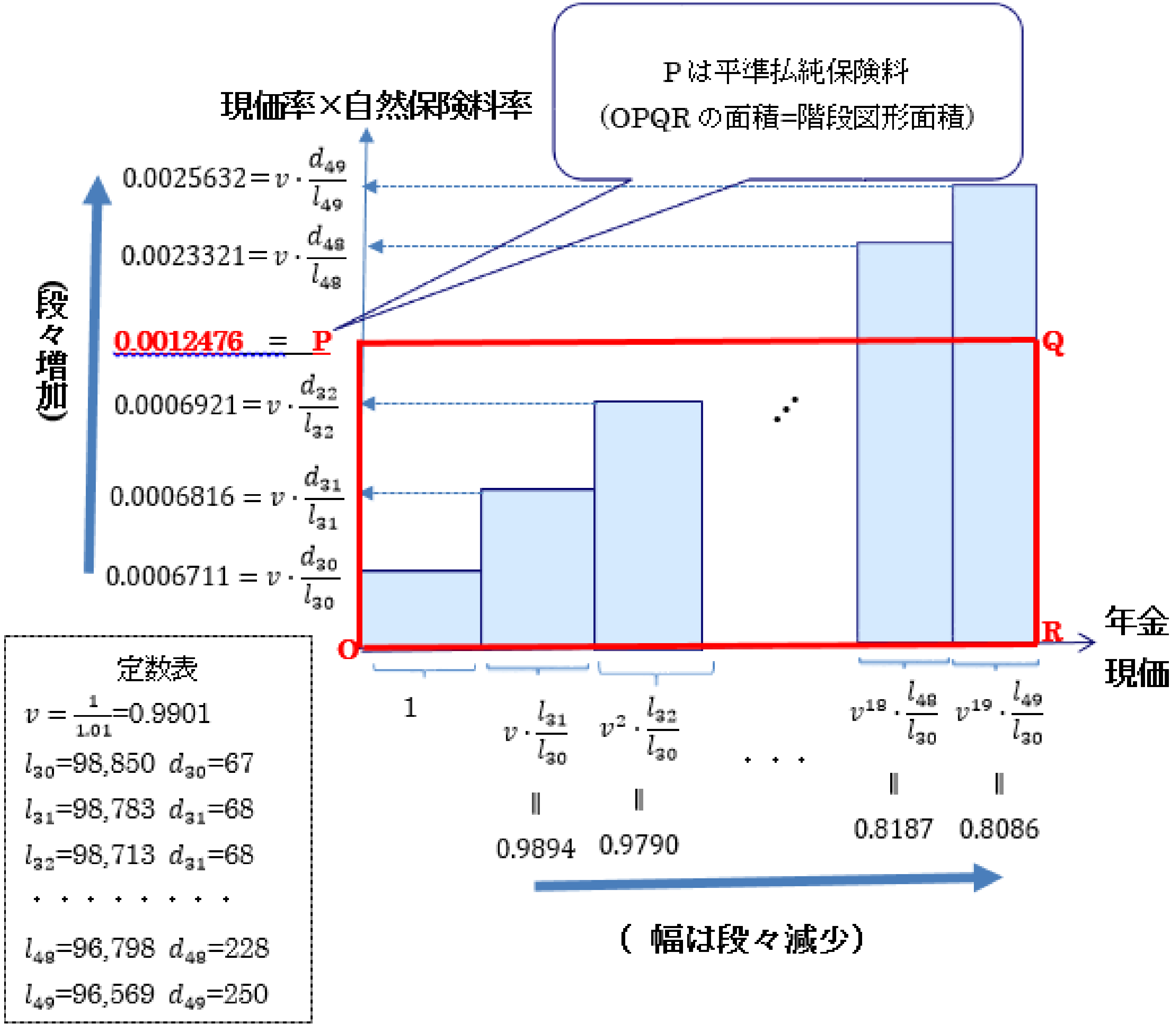
鈴木真治

アクチュアリーの語源

エクイタブル･ソサエティの創業者の一人で著名な骨董家でもあったエドワード･ロウ･モーレスが個人的な懐古趣味から，帳簿や会計に関する記録を正しく保管することを職責とした担当者に，古代ローマ帝国時代の元老院の公式記録担当官を意味するActuarius（ラテン語）に由来したActuary（英語）という物珍しい肩書名を選んだことに依る。

エドワード・ロウ・モーレス
(1731-1778)

ジェイムズ･ドドソンによる保険数理の一大発明–平準保険料



左図は，30歳の男性が20年満期の保険金１の定期保険に加入した場合について例示している．ただし，保険料は年払で保険金は期末払であるとする．

また，横軸は年金現価で縦軸は現価率×**自然保険料率**を表し，定数表の値は予定利率として1%，予定死亡率として生保標準表2018（死亡保険用）を使用している．そして，縦軸，横軸の側に付記された数値は，この定数表の値を使って算出されたものである．

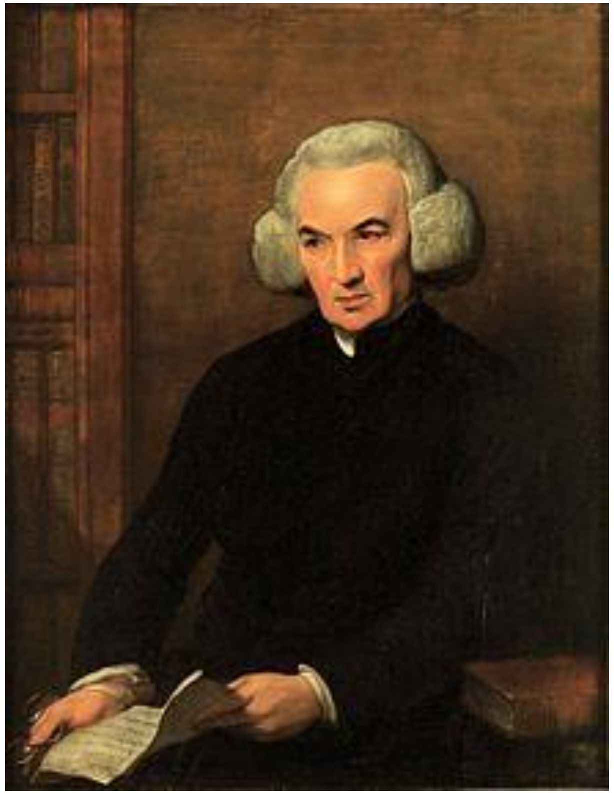
現代アクチュアリーの父　ウィリアム・モーガン
最強の数理コンサルタント―リチャード・プライス

・逆確率原理の載った友人ベイズの遺稿を発表

・United Nationsの命名者

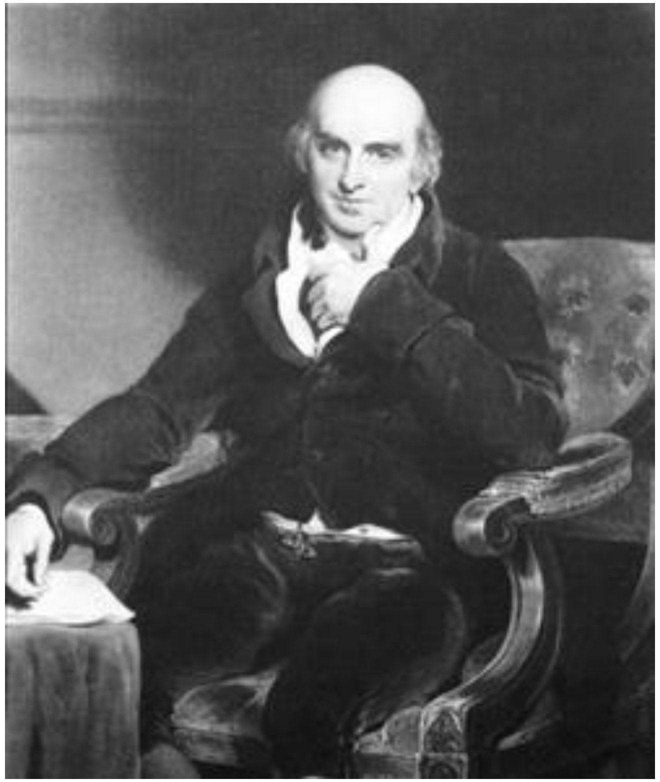
・ノーザンプトン生命表の作製（生命表作製プロセスの明確化）

・モーガンをエクイタブルに推薦



リチャード・プライス
(1723-1791)

叔父 ⟷ 甥



ウィリアム・モーガン
(1750-1833)

・現代アクチュアリーの父

・エクイタブルの4代目アクチュアリー

・保険数理の専門職の基礎を築く

・プライスの回想録を出版

複利と死亡率を組み合わせた
真に保険数理的な計算を初めて行った人物

1671年，生命年金の売り出しを提案するために，デ・ウィットが連邦議会に提出した報告書『償還年金と比較した生命年金の価格』は，アクチュアリー学誕生の書と言われている．この報告は年金計算が年齢別に行われた最も古い研究でもある．

初めての正しい生命年金の定義式

$$a_x = \sum_{t=1}^{\omega-x-1} a_{t\rceil} \cdot \frac{d_{x+t}}{l_x}$$

（デ・ウィット：1671）

ヨハン・
デ・ウィット
(1625―1672)

・オランダの宰相

・「2変数のすべての2次方程式は円錐曲線の標準形の一つに変換できる」1646年に証明

・兄コルネリウスとともに群衆に惨殺される．

初めての生命表（プレスラウ表）

Age. Curt.	Persons.	Age. Curt.	Persons	Age. Curt.	Persons	Age. Curt.	Persons	Age. Curt.	Persons	Age. Curt.	Persons
1	1000	8	680	15	628	22	585	29	539	36	481
2	855	9	670	16	622	23	579	30	531	37	472
3	798	10	661	17	616	24	573	31	523	38	463
4	760	11	653	18	610	25	567	32	515	99	454
5	732	12	646	19	604	26	560	33	507	40	445
6	710	13	640	20	598	27	553	34	499	41	436
7	692	14	634	21	592	28	546	35	490	42	427
Age Curt	**Persons.**	**Age. Curt.**	**Persons**	**Age. Curt.**	**Persons**	**Age Curt**	**Persons**	**Age. Curt.**	**Persons**	**Age. Curt.**	**Persons**
43	417	50	346	57	272	64	202	71	131	78	58
44	407	51	335	58	262	65	192	72	120	79	49
45	397	52	324	59	252	65	182	73	109	80	41
46	387	53	313	60	242	67	172	74	98	81	34
47	377	54	302	61	232	68	162	75	88	82	28
48	367	55	292	62	222	69	152	76	78	83	23
49	357	56	282	63	212	70	142	77	68	84	20

Age.	Persons.
7	5547
14	4584
21	4270
28	3964
35	3604
42	3178
49	2709
56	2194
63	1694
70	1204
77	692
84	253
100	107
	34000
	Sum Total.

エドモンド・ハレー
(1656 - 1742)

上記の生存表の区切りの年齢が，7歳，14歳，21歳，…，84歳であることに注意せよ．ハレーが，何らかの厄年の存在を意識していた可能性を感じさせる．この当時，7に纏わる迷信は，他にもかなりあった．例えば，7年を超える金銭上の貸借は危険なものと信じられていた．なお，7の神秘性の歴史はかなり古い．

※ニュートンにプリンキッピアを書かせ、ハレー彗星の回帰時期を予測した人物として著名

オイラーの人口に対する研究
マルサスの『人口論』に影響

「人口は幾何級数的に増加する」

ジュースミルヒの著書を経由

レオンハルト・オイラー
（1707 - 1783）

トマス・ロバート・マルサス
（1766－1834）

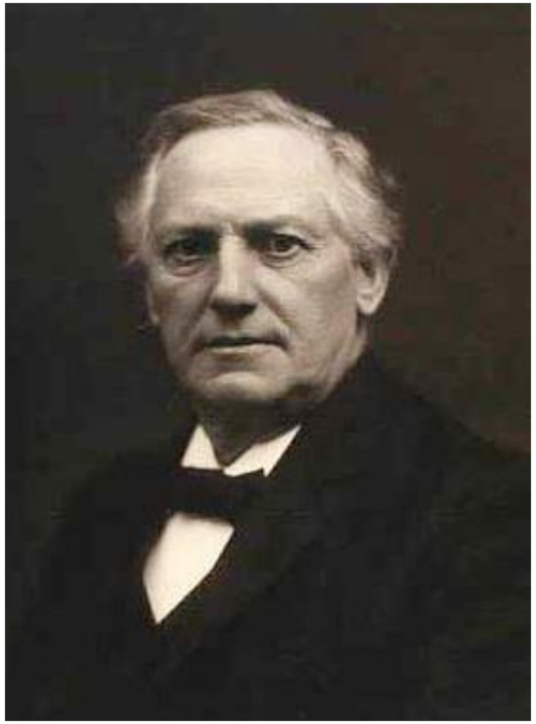
アクチュアリーの純粋数学への貢献

・デンマーク出身

・ハフニア生命

・グラム・シュミット
の直交化法

・デンマーク・アカデ
ミーからゴールド・メ
ダルを受賞



ヨルゲン・グラム
(1850-1916)

ジェームス・ジョセフ・
シルベスター
（1814 – 1897）

・イギリス出身

・エクイティー＆ロー
生命

・慣性定理
・終結式

・ケリーと共に線形
代数の基礎を構築

設問1

　保険数学の最も基礎的な計算技術に複利計算がありますが，これはいつ頃から行われていたのでしょうか？

（コメント）意外に古くからありました.

回答1

紀元前2400年頃，古代バビロニアで記録されたエンメテナの回顧碑文のなかで，既に，複利計算が行われていたことが分かっています．

エンメテナの
回顧碑文
⇒《資料No1》参照

設問2

複利計算に基づく重要な概念として「現価」がありますが，これは誰が最初に導入したのでしょうか？

（コメント）古い本だと，小数を発明した人物として紹介されていたりします．

※終価と現価については《資料No3》続き　参照

回答2

　ステヴィンは1585年に，初めて完全な利子表を含む著書『実用算術』を出版．
初めて，現価表を計算．

⇒《資料No3》参照

単に，複利表ならジャン・トレンチャントの方が早い．

シモン・ステヴィン
(1548 - 1620)
⇒《資料No2》参照

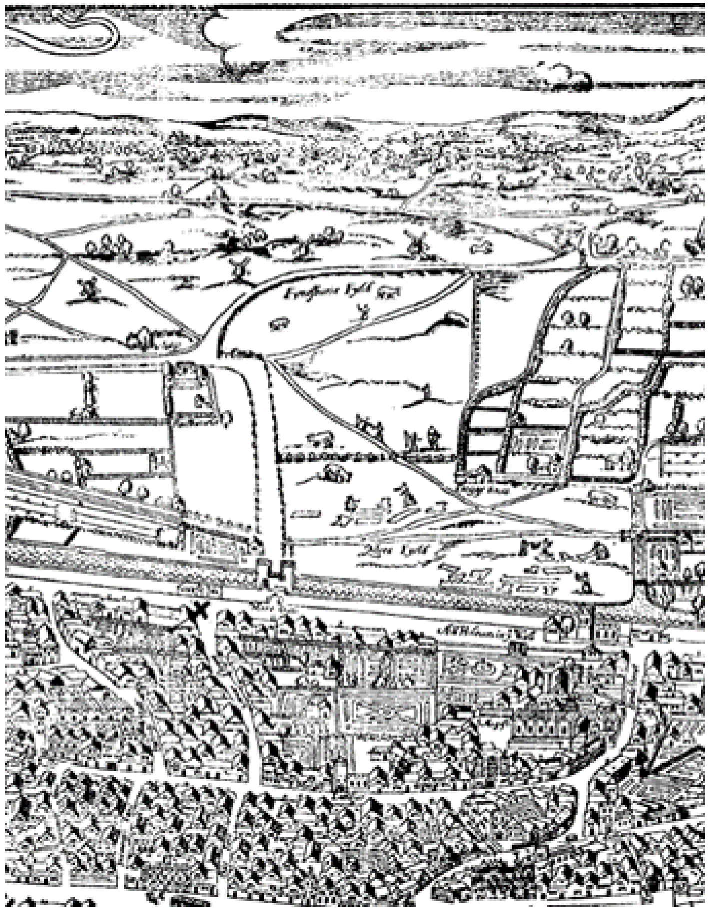
設問3

　保険数学の基本的計算原理である「収支相等の原則」を初めて有効に使用した人物は誰でしょうか？

（コメント）正確に言うと，生命関数抜きでの収支相等の原則です．

回答3

リチャード・ウィットは，
『算術質疑』⇒《資料No4》参照
において，生命関数抜き
ではあるものの「収支相等
の原則」を初めて実態と
して明確に使用した．
（1613年）



《資料No5》参照⇒ ウィットが住んでいたセント・メリー・ウールチャーチ の教区

設問4

　男性が女性よりも若干生まれ易いことを確率論によって初めて論証した人物は誰でしょうか？

（コメント）仮説検定の萌芽とも言えるかもしれません.

回答4

ラプラスは、1745年から1770年までの26年間に251,527人の男子と241,945人の女子がパリで生まれていたというデータから男子が生まれる確率が1/2以下である確率は, 1.1521×10^{-42}であることを示した.

⇒**《資料No6》参照**

これより「男子の生まれる確率は1/2よりも大きいことは蓋然的に確かである.」との結論が引き出された.

ピエール・シモン・ド・ラプラス
(1749-1827)

（余談）このような表記方法を指数表記と言う
エルンスト・エッセルバッハの発案（1862）

⇒**《資料No7》参照**

設問5

終身保険の責任準備金が現在の

$${}_t\mathrm{V}_x = A_{x+t} - P_x \cdot \ddot{a}_{x+t}$$

と同値な定義は，いつ誰によって，どのような目的でなされたのでしょうか？

（コメント）意外かもしれませんが，歴史的には，将来の支払いのための積立金として計算されたものではありません.

※責任準備金については《資料No9》続き　参照

回答5

1810年に上梓された『生命年金および生命保険の原則』の（§430）において，フランシス・ベイリーは解約返戻金の評価額として保険料積立金の保険料差額公式と呼ばれるものを言葉で表現した．

$_t\mathrm{V}_x = (P_{x+t} - P_x) \cdot \ddot{a}_{x+t}$　　（第2基本等式）

1813年の改訂版では現代の保険料積立金の定義

$_t\mathrm{V}_x = A_{x+t} - P_x \cdot \ddot{a}_{x+t}$　　（第1基本等式）

を同§430において与えている．⇒**《資料No9》参照**

定説は少し異なる．⇒**《資料No8》参照**

フランシス・ベイリー
(1774-1844)

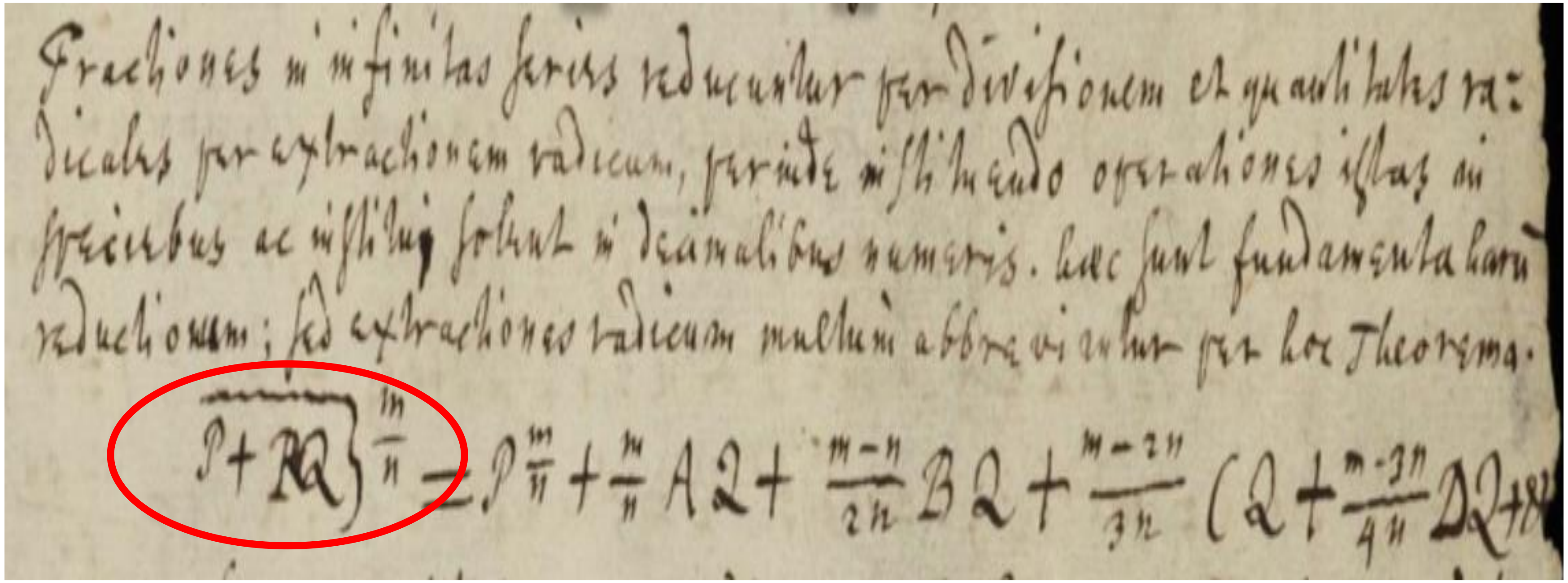
設問6

保険数学でお馴染みの暈記号（Halo Notation）の暈部分（￢）は何に由来するのでしょうか？

（コメント）一般的には，デヴィッド・ジョーンズが1843年に出版した本がはじまりとされていますが，暈記号そのものはもっと前から別の用途でいろいろ使われていました．

回答6　量記号の由来

- 定説では，David N. Jones(1843)が初めて使用
- Benjamin Gompertzの補助係数(1820) ⇒Newtonの冪記号もあり
- Joshua Milne(1815)に似た量記号が既にあった ⇒《資料No10》参照
- 実は，Newtonの2項定理に使われた冪記号が起源と思われる.


Fractiones in infinitas series reducuntur per divisionem et quantitates ra:
dicales per extractionem radicum, perinde instituendo operationes illas in
speciebus ac institui solent in decimalibus numeris. Haec sunt fundamenta harum
reductionum; sed extractiones radicum multum abbreviantur per hoc Theorema.

$$\overline{P+PQ}\Big|^{\frac{m}{n}} = P^{\frac{m}{n}} + \frac{m}{n}AQ + \frac{m-n}{2n}BQ + \frac{m-2n}{3n}CQ + \frac{m-3n}{4n}DQ + \&$$

⇒《資料No11》参照

設問7

メーカム定数と言うとメーカムの法則 $l_x = ks^{x}g^{c^x}$ に現れる定数s,g,cを指しますが，この中のある定数に対しては，かなりの普遍性があることをメーカム自身が論じています．その定数とはどれのことでしょうか？

（コメント）log q = ·04 （この書き方はメーカム自身のもの）

回答7

　こうして拡張されたゴンパーツの法則は,次のように述べられるかもしれない：各個人の生命力または回復力は、等しい時間に等しい割合で失われていく。そのようにして失われた生命力の割合は、ほぼ同じであり、概ね**log c =0.04**であると表される。

『ゴンパーツの法則の更なる進展について(1890)』p.319

⇒《資料No12》参照

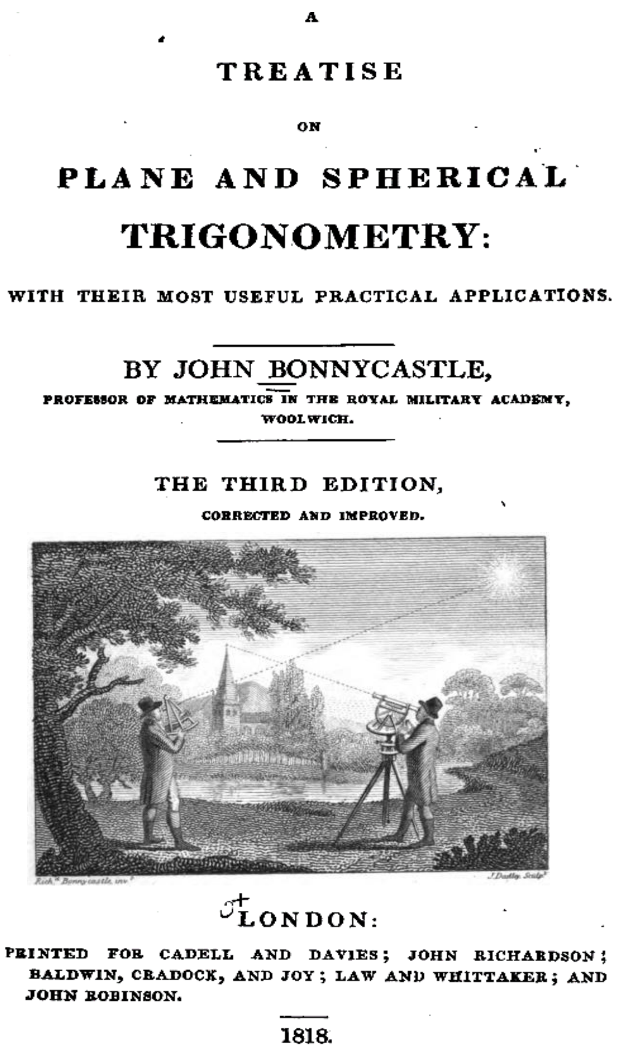
設問8

　ゴンパーツがユダヤ人であることが理由で、比較的有名になった後に、ある英国の生命保険会社のアクチュアリーのポストに応募したところ、落とされてしまいました。

　このときゴンパーツを落としたのは何という会社で、その会社のアドバイザリー・アクチュアリーの職を得た人物は誰でしょうか？

(コメント)ライバルは現在の基数記号の産みの親です.

回答8


A

TREATISE

ON

PLANE AND SPHERICAL

TRIGONOMETRY:

WITH THEIR MOST USEFUL PRACTICAL APPLICATIONS.

BY JOHN BONNYCASTLE,

PROFESSOR OF MATHEMATICS IN THE ROYAL MILITARY ACADEMY,
WOOLWICH.

THE THIRD EDITION,

CORRECTED AND IMPROVED.

LONDON:

PRINTED FOR CADELL AND DAVIES; JOHN RICHARDSON; BALDWIN, CRADOCK, AND JOY; LAW AND WHITTAKER; AND JOHN ROBINSON.

1818.

ゴンパーツとグリフィス・デイヴィスは，ガーディアン社のコンサルティング・アクチュアリーのポストを争いましたが、ガーディアン社の役員がユダヤ人であるゴンパーツを嫌ってデイヴィスを採用しました。

ゴンパーツはその役員に対しては、激しい憤りを覚えましたが、デイヴィスに対しては、その力量を正当に評価しました。デイヴィスもゴンパーツのこのような紳士的な態度に大きな敬意を払いました。

⇒《資料No13》参照

設問9

瞬間利率を初めて定義したのは誰でしょうか？また，この定義を与える過程で非常に重要な数学上の発見がありました．それは何でしょうか？

（コメント） $a_n = \left(1 + \frac{1}{\mathrm{n}}\right)^{\mathrm{n}}.$

回答9

ヤーコブ・ベルヌーイの保険数学に直結する業績の一つとしては、『観察諸表からの終身年金価値計算の最簡便法(1690)』にある「瞬間利率」の考案が挙げられます。そして、その研究のなかで有名な数列

$$a_n = \left(1 + \frac{1}{\mathrm{n}}\right)^{\mathrm{n}}$$

の$n \to \infty$のときの収束性(1683,29歳に初めて証明)が見事に適用されました。

ただし、この極限値に記号eを与えたのはオイラーです。

⇒《資料No14》参照

設問10

　レキシスの図示法は、アクチュアリーのみならず、人口学者にも必須の有力な理論的ツールです。しかし、実のところ、この図示法を最初に案出した人物はレキシスではありませんでした。では、誰が最初にこの図示法を考えたのでしょうか？

（コメント）いろいろな図示法があります。

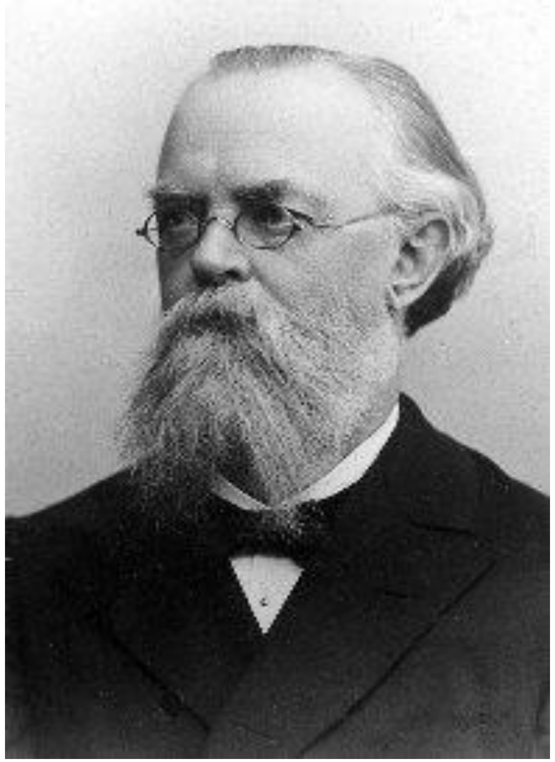
※レキシスの図については《資料No15》続き　参照

回答10

[人口統計図示法の分類]

	x軸×y軸（×z軸）	型	初出
平面	誕生の瞬間×年齢	フェルヴァイ-レキシス型	1875 1875
	時間×年齢	ブラッシェ型	1870
	時間×誕生の瞬間	ベッカー型	1874
立体	年齢×誕生の瞬間×生存人口	ツォイナー型	1869

⇒《資料No15》参照



グスタフ・ツォイナー
(1828-1907)

設問11

　連生保険の古典的な公式にウェアリングのアクチュアリー公式があります。この公式の発展形として、キングのｚ法(1902年)がありますが、1950年代に入って更なる発展形の公式が現れました。それはいかなる公式でしょうか？

（コメント）ウェアリングは有名なイギリスの数学者

回答11

（シュエット＝ネスビット の公式）
$B_1, B_2, \cdots, B_m$を確率事象とし，このうち発生した事象の個数をNとする．Nは確率変数で，その値の範囲は{0,1,…,m}である．このとき，任意の係数$c_1, c_2, \cdots, c_m$に対し次の等式が成り立つ．

$$\sum_{n=0}^{m} c_n \cdot \Pr(N = n) = \sum_{k=0}^{m} S_k \cdot \left(\Delta^k c\right)_0$$

ただし，S_kは対称和 $S_k = \sum \Pr\left(B_{j_1} \cap B_{j_2} \cap \cdots \cap B_{j_k}\right)$によって定義され，$S_0 = 1$とする．$S_k$の$\Sigma$は$m$個中$k$個の事象を選び出す組合せ総数$\binom{\mathrm{m}}{k}$通りについて合計したものを表す．

セシル・ジェイムズ・ネスビット
(1912 – 2001)

⇒《資料No16》参照

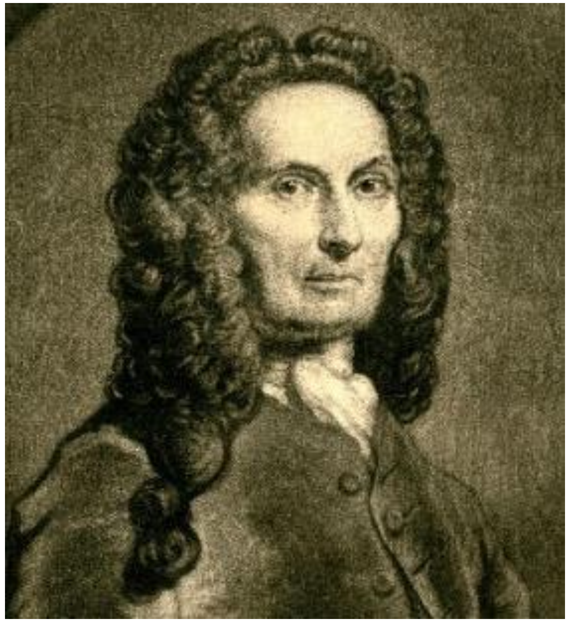
設問12

　数式で表現される死亡法則で、最初に現れた有名なものは

$$l_x = l_0 \cdot \frac{86-x}{86}$$

（ド･モアヴル　1725年）

であると言われていますが、実は、この45年も前にほぼ同じ死亡法則が既に発表されていました。それは、誰によって発表されたのでしょうか？



ド・モアヴル
(1667- 1754)

（コメント）万能の天才の新たな業績

回答12

ライプニッツの死亡法則

$$l_x = l_0 \cdot \frac{81 - x}{81}$$

『人の寿命と人口に関する新推論（1680）』

ゴットフリート・
ヴィルヘルム・
ライプニッツ
（1646 – 1716）

まとめ

- 複利計算は4400年前のシュメール人にまで遡る.
- 現価の概念はシモン・ステヴィンが既に有していた.
- 収支相等の原則はリチャード・ウィットに遡る.
- ラプラスは仮説検定を先取りして「男は女より生まれ易い」を論証した.
- 指数表記の創案者はエルンスト・エッセルバッハである.
- 古典的責任準備金の算式確定の歴史は一部修正する必要がある.
- 暈記号の「 ⌉ 」部分はNewtonの冪記号に遡る.
- メーカム定数cは、だいたいlog c =0.04 であることをメーカムが指摘した。
- ゴンパーツの就職時のライバルはグリフィス・デイヴィスだったが、互いに尊敬し合っていた。
- 数式 $a_n = \left(\mathbf{1} + \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{n}}\right)^{\mathbf{n}}$ の収束性は、複利計算での転化回数を極限にする問題に関連してヤーコブ・ベルヌーイが発見した。
- レキシスの図示法は、レクシスが発案したものではなく、6通りくらいの流儀がある。
- ウェアリングのアクチュアリー定理は、シュエット＝ネスビットの公式に拡張された。
- 等差数列的な死亡法則はド・モアヴルよりもライプニッツの方が45年早く発表している。

ご清聴

有難うございました

鈴木真治